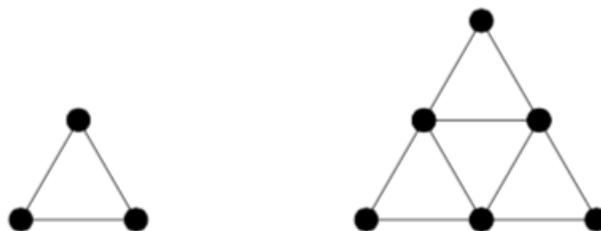


# 32. Essener Mathematikwettbewerb 2016/2017

als zweite Runde der 56. Deutschen Mathematikolympiade  
Aufgaben der zweiten Runde  
Klasse 5

## 1. Aufgabe

Alexandra hat vor sich viele **Hölzchen von jeweils 5 cm Länge** und viele **Knetekugeln**, die die Hölzchen an ihrem Ende zusammenhalten können. Sie möchte daraus Dreiecksgitter bauen. In den Abbildungen siehst du jeweils ein Dreiecksgitter mit der Seitenlänge 5 cm bzw. 10 cm.



- Zunächst baut sie ein Dreiecksgitter mit 20 cm Seitenlänge. Berechne, wie viele Knetekugeln und wie viele Hölzchen sie dazu insgesamt verwendet.
- Nun beschäftigt sich Alexandra mit dem Dreiecksgitter mit 60 cm Seitenlänge. Wie viele Knetekugeln und wie viele Hölzchen benötigt sie für ein Dreiecksgitter mit 60 cm Seitenlänge? Begründe deine Antwort.

## 2. Aufgabe

André, Björn, Claudia und Defne experimentieren mit natürlichen Zahlen einschließlich der Null, also mit Zahlen wie 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, usw.

- André behauptet: „Es gibt eine **dreistellige** Zahl, die beide Bedingungen (1) und (2) erfüllt.“
  - Wenn man die drei Ziffern der Zahl multipliziert, dann ist das Ergebnis 18.
  - Wenn man die drei Ziffern der Zahl addiert, dann ist das Ergebnis 12.“

Hilf André zu zeigen, dass seine Behauptung richtig ist.

*Hinweis:* Dreistellige Zahlen (z.B. die Zahl 702) bestehen aus drei Ziffern (z.B. hier aus der Hunderterziffer 7, Zehnerziffer 0, Einerziffer 2). Bei einer dreistelligen Zahl ist die Hunderterziffer nie Null.
- Björn interessiert sich für Quadratzahlen. Er behauptet: „Wenn man von einer **Quadratzahl** eins subtrahiert, dann erhält man immer eine ungerade Zahl.“ Aber André ist skeptisch. Hilf ihm zu zeigen, dass Björns Behauptung falsch ist.

*Hinweis:* „Quadratzahl“ heißt jede Zahl, die sich als Produkt zweier gleicher natürlicher Zahlen darstellen lässt. Zum Beispiel gilt  $16 = 4 \cdot 4$ . Also ist 16 eine Quadratzahl.
- Claudia sagt: „2016 ist die **kleinste vierstellige** Zahl, die alle folgenden Bedingungen erfüllt:
  - Alle Ziffern sind verschieden.
  - Die Einerziffer ist dreimal so groß wie die Tausenderziffer.
  - Wenn man die Einer- und Tausenderziffer multipliziert, dann ist das Ergebnis durch 4 teilbar.“

Hilf Claudia zu begründen, warum ihre Behauptung richtig ist.
  - Defne berechnet die Summe von vier aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen (z.B.  $5 + 7 + 9 + 11 = 32$ ). Sie behauptet: „Die Summe von **vier aufeinanderfolgenden ungeraden** Zahlen ist immer durch 4 teilbar.“ Kannst du auch Defne helfen zu begründen, warum ihre Behauptung richtig ist?

Auf der Rückseite geht es weiter

### 3. Aufgabe

Nach dem Ende eines Fußballspiels fahren die Fans mit Zügen nach Hause. Die 4500 Fans der Heimmannschaft fahren mit der Linie A und die 4000 Fans der Gastmannschaft fahren mit der Linie B.

Die Planung sah vor: Die Züge der Linie A fahren alle 8 Minuten und bestehen jeweils aus 9 Waggons. Die Züge der Linie B fahren alle 10 Minuten und bestehen aus 10 Waggons. Beide Züge haben die gleiche Art von Waggons, in die jeweils 100 Leute passen. Die jeweils ersten Züge der Linien A und B fahren zur gleichen Zeit ab.

- a) Wie lange dauert es nach dieser Planung von der ersten Abfahrt, bis alle Fans beider Mannschaften abgefahren sind?
- b) Leider können tatsächlich nur die ersten drei Züge der Linie A mit 9 Waggons fahren, die weiteren Züge der Linie A haben 5 Waggons. Wie lange dauert es unter diesen Voraussetzungen, bis alle Fans der Heimmannschaft von ihrem Bahnsteig abgefahren sind?

# 32. Essener Mathematikwettbewerb 2016/2017

als zweite Runde der 56. Deutschen Mathematikolympiade  
Aufgaben der zweiten Runde  
Klasse 6

## 1. Aufgabe

An einem großen Ruderwettkampf nehmen nur Vierer-Boote und Achter-Boote teil.

In einem „Vierer“ sitzen 5 Sportler: 4 Ruderer und ein Steuermann.

In einem „Achter“ sitzen 9 Sportler: 8 Ruderer und ein Steuermann.

Jens ist für die Listenführung verantwortlich und findet heraus, dass bis zum Meldetermin 1020 Sportler gemeldet waren und dass die Anzahl der Achter 45 betrug. Jeder Sportler wurde nur für ein Boot gemeldet.

- a) Berechne die Anzahl der gemeldeten Vierer.

Bei dem Wettkampf durften auch Boote starten, die bis zum Meldetermin noch nicht gemeldet waren. Andererseits sind einige gemeldete Boote nicht erschienen. An der Regatta nahm schließlich ein Boot weniger teil als ursprünglich gemeldet. Überraschenderweise waren aber insgesamt mehr Sportler in den Booten, nämlich 1023.

- b) Ermittle aufgrund dieser Zahlen, wie sich die Anzahlen der Viererboote und der Achterboote gegenüber der Meldung geändert haben.

*Hinweis:* Es gibt nur eine Lösung für dieses Problem.

## 2. Aufgabe

André, Björn, Claudia und Defne experimentieren mit natürlichen Zahlen einschließlich der Null, also mit Zahlen wie 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, usw.

- a) André behauptet: „Es gibt eine **dreistellige** Zahl, die beide Bedingungen (1) und (2) erfüllt.“

(1) Wenn man die drei Ziffern der Zahl multipliziert, dann ist das Ergebnis 18.

(2) Wenn man die drei Ziffern der Zahl addiert, dann ist das Ergebnis 12.“

Hilf André zu zeigen, dass seine Behauptung richtig ist.

*Hinweis:* Dreistellige Zahlen (z.B. die Zahl 702) bestehen aus drei Ziffern (z.B. hier aus der Hunderterziffer 7, Zehnerziffer 0, Einerziffer 2). Bei einer dreistelligen Zahl ist die Hunderterziffer nie Null.

- b) Björn interessiert sich für Quadratzahlen. Er behauptet: „Wenn man von einer **Quadratzahl** eins subtrahiert, dann erhält man immer eine ungerade Zahl.“ Aber André ist skeptisch. Hilf ihm zu zeigen, dass Björns Behauptung falsch ist.

*Hinweis:* „Quadratzahl“ heißt jede Zahl, die sich als Produkt zweier gleicher natürlicher Zahlen darstellen lässt. Zum Beispiel gilt  $16 = 4 \cdot 4$ . Also ist 16 eine Quadratzahl.

- c) Claudia sagt: „2016 ist die **kleinste vierstellige** Zahl, die alle folgenden Bedingungen erfüllt:

(1) Alle Ziffern sind verschieden.

(2) Die Einerziffer ist dreimal so groß wie die Tausenderziffer.

(3) Wenn man die Einer- und Tausenderziffer multipliziert, dann ist das Ergebnis durch 4 teilbar.“

Hilf Claudia zu begründen, warum ihre Behauptung richtig ist.

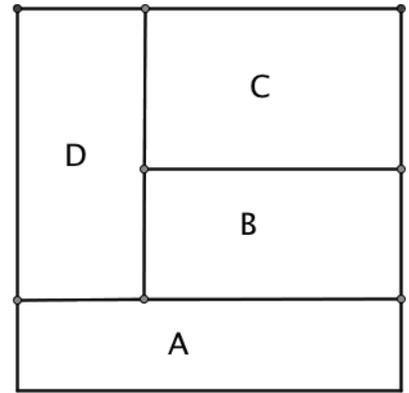
- d) Defne berechnet die Summe von vier aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen (z.B.  $5 + 7 + 9 + 11 = 32$ ). Sie behauptet: „Die Summe von **vier aufeinanderfolgenden ungeraden** Zahlen ist immer durch 4 teilbar.“ Kannst du auch Defne helfen zu begründen, warum ihre Behauptung richtig ist?

Auf der Rückseite geht es weiter

### 3. Aufgabe

Gegeben ist ein Quadrat mit dem Umfang  $u = 48$  cm. Das Quadrat wird in vier Rechtecke zerlegt, die alle den gleichen Flächeninhalt haben. Die Rechtecke werden mit  $A, B, C$  und  $D$  bezeichnet (siehe Abbildung).

- Berechne die Seitenlänge und den Flächeninhalt des Quadrates.
- Gib die Flächeninhalte der Rechtecke  $A, B, C$  und  $D$  an.
- Bestimme den Umfang des Rechtecks  $A$ . Begründe deine Lösung.



*Hinweis:* Die Aufgabe soll ohne Messung von Seitenlängen gelöst werden.

# 32. Essener Mathematikwettbewerb 2016/2017

als zweite Runde der 56. Deutschen Mathematikolympiade  
Aufgaben der zweiten Runde  
Klasse 7

## 1. Aufgabe

In einer Schüssel befinden sich zehn Zettel, auf denen jeweils genau eine der Zahlen von 1 bis 10 steht. Keine dieser Zahlen kommt mehrfach vor. Jedes der Kinder Alvi, Barbie, Clivia, Duco und Emre entnimmt der Schale blind zwei Zettel und behält sie. Dann bildet jedes Kind die Summe der beiden Zahlen auf den Zetteln. Alvi errechnet 17, Barbie 16, Clivia 11, Duco 7 und Emre 4.

Gib für jedes der fünf Kinder an, welche Zettel es gezogen hat, und begründe deine Feststellungen.

## 2. Aufgabe

Ali, Björn, Claudia und Denise experimentieren mit natürlichen Zahlen einschließlich der Null.

- a) Ali behauptet: „Es gibt eine **vierstellige** Zahl, die beide Bedingungen (1) und (2) erfüllt.

(1) Wenn man die vier Ziffern der Zahl multipliziert, dann ist das Ergebnis 108.

(2) Wenn man die vier Ziffern der Zahl addiert, dann ist das Ergebnis 18.“

Hilf Ali zu zeigen, dass seine Behauptung richtig ist.

*Hinweis:* Vierstellige Zahlen (z.B. die Zahl 3027) bestehen aus vier Ziffern (z.B. hier aus der Tausenderziffer 3, Hunderterziffer 0, Zehnerziffer 2, Einerziffer 7). Bei einer vierstelligen Zahl ist die Tausenderziffer nie Null.

- b) Björn interessiert sich für Quadratzahlen. Er behauptet: „Wenn man von einer **Quadratzahl** eins subtrahiert, dann erhält man immer eine ungerade Zahl.“ Aber Ali ist skeptisch. Hilf ihm zu zeigen, dass Björns Behauptung falsch ist.

*Hinweis:* „Quadratzahl“ heißt jede Zahl, die sich als Produkt zweier gleicher natürlicher Zahlen darstellen lässt. Zum Beispiel gilt  $16 = 4 \cdot 4$ . Also ist 16 eine Quadratzahl.

- c) Claudia sagt: „2016 ist die **kleinste vierstellige** Zahl, die alle folgenden Bedingungen erfüllt:

(1) Alle Ziffern sind verschieden.

(2) Die Einerziffer ist dreimal so groß wie die Tausenderziffer.

(3) Wenn man die Einer- und Tausenderziffer multipliziert, dann ist das Ergebnis durch 4 teilbar.“

Hilf Claudia zu begründen, warum ihre Behauptung richtig ist.

- d) Denise berechnet die Summe von vier aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen (z.B.  $5+7+9+11 = 32$ ). Sie behauptet: „Die Summe von **vier aufeinanderfolgenden ungeraden** Zahlen ist immer durch 8 teilbar.“ Kannst du Denise helfen zu beweisen, dass ihre Behauptung richtig ist?

## 3. Aufgabe

Franz hat in seinem Garten eine kleine Wanne, einen Eimer und eine kleine Gießkanne. Durch Versuche hat er festgestellt:

(1) Mit dem Inhalt von 14 Eimern könnte er genau fünf solcher Wannen füllen, ohne dass Wasser übrig bleibt.

(2) Mit dem Inhalt von 21 Gießkannen könnte er genau vier solcher Wannen füllen, ohne dass Wasser übrig bleibt.

(3) Wenn er mit einem vollen Eimer Wasser die Gießkanne füllt, bleiben genau 3,5 Liter Wasser im Eimer.

Berechne das Fassungsvermögen dieser drei Gefäße.

# 32. Essener Mathematikwettbewerb 2016/2017

als zweite Runde der 56. Deutschen Mathematikolympiade  
Aufgaben der zweiten Runde  
Klasse 8

## 1. Aufgabe

In einem großen Raum ist eine doppelspurige, kreuzungsfreie Autorennbahn aufgebaut, deren Fahrspuren jeweils eine Länge von 12 Metern pro Runde haben. Dort fahren zwei Autos, ein rotes und ein blaues, beide mit gleich bleibender Geschwindigkeit. Wenn die Autos in derselben Richtung fahren, dann überholt das blaue Auto das rote alle 50 Sekunden. Wenn sie in entgegengesetzten Richtungen fahren, dann fahren sie alle 10 Sekunden aneinander vorbei.

Berechne die Geschwindigkeiten der beiden Autos in der Einheit Meter pro Sekunde.

*Hinweis:* Dass in den Kurven der Rennbahn die jeweils äußere Spur geringfügig länger ist als die innere, wird vernachlässigt.

## 2. Aufgabe

Ali, Björn, Claudia und Denise experimentieren mit natürlichen Zahlen einschließlich der Null.

- a) Ali behauptet: „Es gibt eine **vierstellige** Zahl, die beide Bedingungen (1) und (2) erfüllt.

(1) Wenn man die vier Ziffern der Zahl multipliziert, dann ist das Ergebnis 108.

(2) Wenn man die vier Ziffern der Zahl addiert, dann ist das Ergebnis 18.“

Hilf Ali zu zeigen, dass seine Behauptung richtig ist.

*Hinweis:* Vierstellige Zahlen (z.B. die Zahl 3027) bestehen aus vier Ziffern (z.B. hier aus der Tausenderziffer 3, Hunderterziffer 0, Zehnerziffer 2, Einerziffer 7). Bei einer vierstelligen Zahl ist die Tausenderziffer nie Null.

- b) Björn interessiert sich für Quadratzahlen. Er behauptet: „Wenn man von einer **Quadratzahl** eins subtrahiert, dann erhält man immer eine ungerade Zahl.“ Aber Ali ist skeptisch. Hilf ihm zu zeigen, dass Björns Behauptung falsch ist.

*Hinweis:* „Quadratzahl“ heißt jede Zahl, die sich als Produkt zweier gleicher natürlicher Zahlen darstellen lässt. Zum Beispiel gilt  $16 = 4 \cdot 4$ . Also ist 16 eine Quadratzahl.

- c) Claudia sagt: „2016 ist die **kleinste vierstellige** Zahl, die alle folgenden Bedingungen erfüllt:

(1) Alle Ziffern sind verschieden.

(2) Die Einerziffer ist dreimal so groß wie die Tausenderziffer.

(3) Wenn man die Einer- und Tausenderziffer multipliziert, dann ist das Ergebnis durch 4 teilbar.“

Hilf Claudia zu begründen, warum ihre Behauptung richtig ist.

- d) Denise berechnet die Summe von vier aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen (z.B.  $5+7+9+11 = 32$ ). Sie behauptet: „Die Summe von **vier aufeinanderfolgenden ungeraden** Zahlen ist immer durch 8 teilbar.“ Kannst du Denise helfen zu beweisen, dass ihre Behauptung richtig ist?

Auf der Rückseite geht es weiter

### 3. Aufgabe

- a) Die Abbildung a zeigt ein Quadrat, das mit einem quadratischen Raster überzogen ist und in dem ein Viereck  $ABCD$  eingetragen ist. Die Seitenlänge des großen Quadrats sei 12 cm.

Berechne den Flächeninhalt des Vierecks  $ABCD$ .

- b) Die Abbildung b stellt ein rechtwinkliges Dreieck  $ABC$  dar, bei dem die Seite  $\overline{AC}$  doppelt so lang wie die Seite  $\overline{BC}$  ist. Über der Seite  $\overline{AC}$  wurde ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck  $ACD$  errichtet, das die Seite  $\overline{AC}$  als Basis hat.

Timo behauptet: „Der Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$  ist kleiner als der des Dreiecks  $ACD$ .“ Sven behauptet: „Der Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$  ist größer als der des Dreiecks  $ACD$ .“ Rolf behauptet: „Der Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$  ist gleich dem des Dreiecks  $ACD$ .“

Untersuche, wer von den drei genannten Jungen Recht hat, und begründe deine Entscheidung.

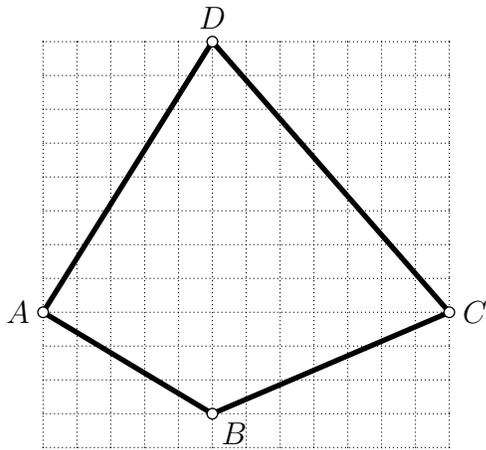


Abbildung a

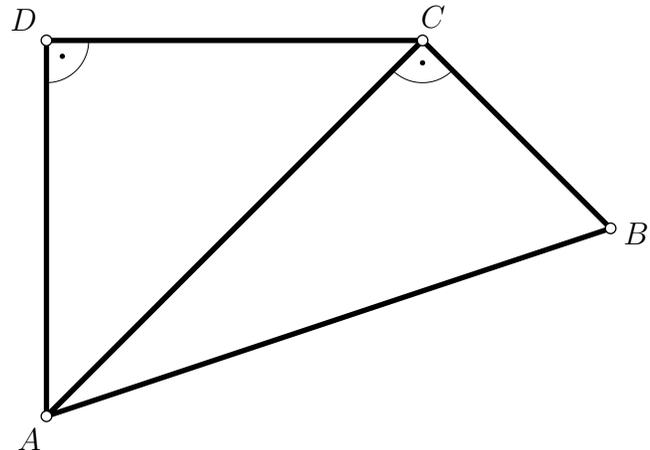


Abbildung b

# 32. Essener Mathematikwettbewerb 2016/2017

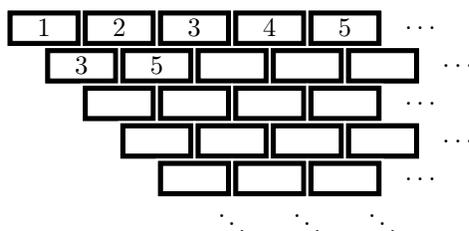
als zweite Runde der 56. Deutschen Mathematikolympiade

Aufgaben der zweiten Runde

Klasse 9

## 1. Aufgabe

In der abgebildeten Zahlenmauer sind in der obersten Zeile (Zeile 1) nacheinander die positiven ganzen Zahlen eingetragen. In den übrigen Feldern steht jeweils die Summe der Zahlen aus den beiden oberhalb angrenzenden Feldern.



- a) Gib die Zahlen an, die in den ersten drei Feldern der fünften Zeile dieser Zahlenmauer stehen. Ein Nachweis ist hier nicht erforderlich.

Wir denken uns die Zahlenmauer unendlich weit nach rechts und nach unten fortgesetzt und wie beschrieben mit Zahlen befüllt.

- b) Bestimme die Zahlen, die in den Zeilen zwei und drei jeweils an der 2016. Stelle dieser Zahlenmauer stehen. Begründe deine Antwort.  
c) Wie oft kommt die Zahl 56 in der gesamten Zahlenmauer vor? Begründe deine Antwort.

## 2. Aufgabe

- a) Widerlege: Wenn man von einer **Quadratzahl** eins subtrahiert, dann erhält man immer eine ungerade Zahl. (*Hinweis:* „Quadratzahl“ heißt jede Zahl, die sich als Produkt zweier gleicher ganzer Zahlen darstellen lässt. Zum Beispiel gilt  $16 = 4 \cdot 4$ . Also ist 16 eine Quadratzahl.)  
b) Beweise: Die Summe von vier **aufeinanderfolgenden ungeraden** positiven Zahlen ist immer durch 8 teilbar. (*Hinweis:* Beispielsweise gilt  $5 + 7 + 9 + 11 = 32$  und  $32 : 8 = 4$ .)  
c) Beweise: **Es gibt keine** natürlichen Zahlen  $x$  und  $y$  so, dass gilt:  $4x^2 - 4y^2 = 56$ .  
d) Beweise: **Es gibt unendlich viele** natürliche Zahlen  $a$  mit der Eigenschaft, dass  $3a^2 + 5$  durch 10 teilbar ist.

Auf der Rückseite geht es weiter

### 3. Aufgabe

- a) Die Abbildung a zeigt ein Quadrat, das mit einem quadratischen Raster überzogen ist und in dem ein Viereck  $ABCD$  eingetragen ist. Die Seitenlänge des großen Quadrats sei 12 cm.

Berechne den Flächeninhalt des Vierecks  $ABCD$ .

- b) Die Abbildung b stellt ein rechtwinkliges Dreieck  $ABC$  dar, bei dem die Seite  $\overline{AC}$  doppelt so lang wie die Seite  $\overline{BC}$  ist. Über der Seite  $\overline{AC}$  wurde ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck  $ACD$  errichtet, das die Seite  $\overline{AC}$  als Basis hat.

Timo behauptet: „Der Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$  ist kleiner als der des Dreiecks  $ACD$ .“ Sven behauptet: „Der Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$  ist größer als der des Dreiecks  $ACD$ .“ Rolf behauptet: „Der Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$  ist gleich dem des Dreiecks  $ACD$ .“

Untersuche, wer von den drei genannten Jungen Recht hat, und begründe deine Entscheidung.

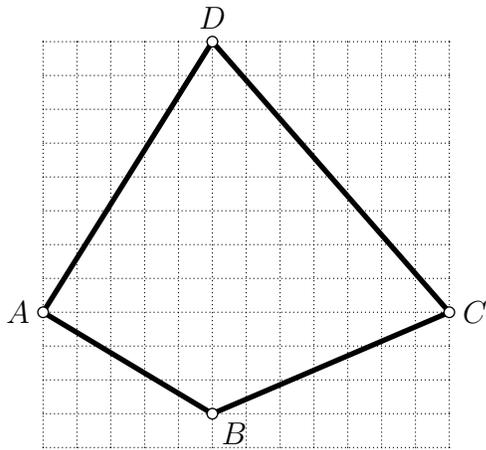


Abbildung a

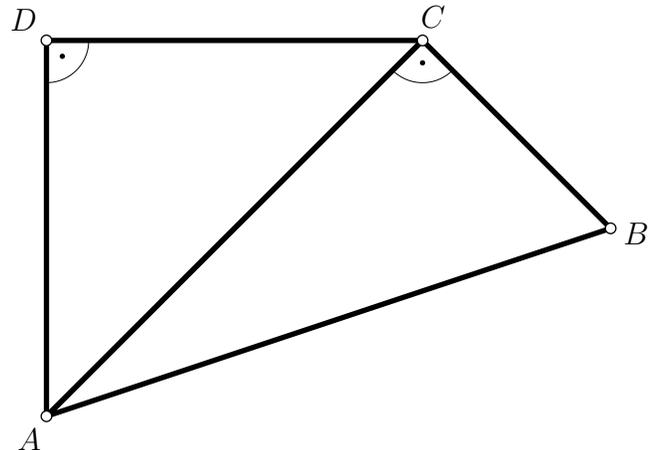


Abbildung b

# 32. Essener Mathematikwettbewerb 2016/2017

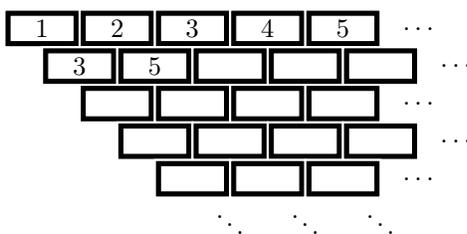
als zweite Runde der 56. Deutschen Mathematikolympiade

Aufgaben der zweiten Runde

Klasse 10 / EF

## 1. Aufgabe

In der abgebildeten Zahlenmauer sind in der obersten Zeile (Zeile 1) nacheinander die positiven ganzen Zahlen eingetragen. In den übrigen Feldern steht jeweils die Summe der Zahlen aus den beiden oberhalb angrenzenden Feldern.



- a) Geben Sie die Zahlen an, die in den ersten drei Feldern der fünften Zeile dieser Zahlenmauer stehen. Ein Nachweis ist hier nicht erforderlich.

Wir denken uns die Zahlenmauer unendlich weit nach rechts und nach unten fortgesetzt und wie beschrieben mit Zahlen befüllt.

- b) Bestimmen Sie die Zahlen, die in den Zeilen zwei und drei jeweils an der 2016. Stelle dieser Zahlenmauer stehen.  
c) Wie oft kommt die Zahl 2016 in der gesamten Zahlenmauer vor?

Begründen Sie in Teil b) und c) jeweils Ihre Antwort.

## 2. Aufgabe

- a) Widerlegen Sie: Wenn man von einer **Quadratzahl** eins subtrahiert, dann erhält man immer eine ungerade Zahl. (*Hinweis:* „Quadratzahl“ heißt jede Zahl, die sich als Produkt zweier gleicher ganzer Zahlen darstellen lässt. Zum Beispiel gilt  $16 = 4 \cdot 4$ . Also ist 16 eine Quadratzahl.)  
b) Beweisen Sie: Die Summe von vier **aufeinanderfolgenden ungeraden** positiven Zahlen ist immer durch 8 teilbar. (*Hinweis:* Beispielsweise gilt  $5 + 7 + 9 + 11 = 32$  und  $32 : 8 = 4$ .)  
c) Beweisen Sie: **Es gibt keine** natürlichen Zahlen  $x$  und  $y$  so, dass gilt:  $4x^2 - 4y^2 = 56$ .  
d) Beweisen Sie: **Es gibt unendlich viele** natürliche Zahlen  $a$  mit der Eigenschaft, dass  $3a^2 + 5$  durch 10 teilbar ist.

## 3. Aufgabe

Der Graph der quadratischen Funktion  $f(x) = x^2 + 2ax - 3 + b^2$  schneide die  $x$ -Achse in zwei unterschiedlichen Punkten  $A$  und  $B$  und die  $y$ -Achse in einem von  $A$  und  $B$  verschiedenen Punkt  $C$ .

- a) Berechnen Sie den Flächeninhalt  $F$  und den Umfang  $u$  des Dreiecks  $ABC$ , wenn  $a = 1$  und  $b = 0$  vorausgesetzt wird.  
b) Weisen Sie nach, dass das Dreieck  $ABC$  für  $a = 6$  und  $b = \sqrt{2}$  rechtwinklig ist.  
c) Ermitteln Sie alle möglichen Paare  $(a, b)$  reeller Zahlen, für die das Dreieck  $ABC$  rechtwinklig ist.

# 32. Essener Mathematikwettbewerb 2016/2017

als zweite Runde der 56. Deutschen Mathematikolympiade  
Aufgaben der zweiten Runde  
Klassen Q1, Q2

## 1. Aufgabe

- Man widerlege: Wenn man von einer **Quadratzahl** eins subtrahiert, dann erhält man immer eine ungerade Zahl. (*Hinweis:* „Quadratzahl“ heißt jede Zahl, die sich als Produkt zweier gleicher ganzer Zahlen darstellen lässt. Zum Beispiel gilt  $16 = 4 \cdot 4$ . Also ist 16 eine Quadratzahl.)
- Man beweise: Die Summe von vier **aufeinanderfolgenden ungeraden** positiven Zahlen ist immer durch 8 teilbar. (*Hinweis:* Beispielsweise gilt  $5 + 7 + 9 + 11 = 32$  und  $32 : 8 = 4$ .)
- Man beweise: **Es gibt keine** natürlichen Zahlen  $x$  und  $y$  so, dass gilt:  $4x^2 - 4y^2 = 56$ .
- Man beweise: **Es gibt unendlich viele** natürliche Zahlen  $a$  mit der Eigenschaft, dass  $3a^2 + 5$  durch 10 teilbar ist.

## 2. Aufgabe

Gegeben sei eine Strecke  $\overline{PQ}$  der Länge  $d$ .

Die Strecken  $\overline{AC}$  der Länge  $2a$  und  $\overline{BD}$  der Länge  $2b$  sollen so angeordnet werden, dass  $P$  Mittelpunkt von  $\overline{AC}$  und  $Q$  Mittelpunkt von  $\overline{BD}$  ist. Außerdem sollen die Geraden  $AB$  und  $CD$  zueinander senkrecht sein.

Man untersuche, welche Bedingungen die Längen  $a$ ,  $b$  und  $d$  erfüllen müssen, damit dies möglich ist.

## 3. Aufgabe

Für manche positiven ganzen Zahlen  $n$  gibt es eine Quadratzahl, deren letzte  $n$  Ziffern in der Dezimaldarstellung sämtlich gleich 4 sind.

- Man finde für  $n = 1, 2, 3$  eine solche Quadratzahl.
- Man beweise: Für  $n \geq 4$  gibt es keine solche Quadratzahl.